Leistungskurs Klasse 11 / 1. Kurshalbjahr **A**

3. Klausur

07. 12. 05

Thema: ***Ganzrationale Funktionen und ihre Eigenschaften*** *Arbeitszeit: 90 min*

1.) Eine Funktion f ist gegeben durch die Gleichung $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{21}x^2 - \frac{1}{7}x$ mit $x \in R$.

a) Geben Sie die ersten drei Ableitungen an!
b) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen!
c) Geben Sie die Koordinaten der lokalen Extrempunkte und des Wendepunktes auf Tausendstel genau an!
d) Geben Sie die Gleichung der Tangente im Punkt P(1,2; f(1,2)) an!

2.) Gegeben sind die Funktionen g und h mit $g(x) = -\sqrt{2}\,(x-3)^2$ und $h(x) = x^2 - 2x - 1$.

a) Weisen Sie nach, dass die Funktionsgraphen keinen Punkt gemeinsam haben!
b) Ermitteln Sie den minimalen senkrechten Abstand der beiden Graphen!

3.) Eine ganzrationale Funktion dritte Grades schneidet die Ordinatenachse im Punkt A(0; -1,75), verläuft durch die Punkte B(1; -3) und C(2; -6,75) und besitzt im Punkt B eine Tangente mit dem Anstieg –2,75.

a) Ermitteln Sie die Funktionsgleichung!
b) Geben Sie die Gleichung der Tangente an den Graph der Funktion im Punkt B an!

Wahl 1) Gegeben ist die für alle reellen Zahlen definierte Funktionenschar $f_a(x) = x^3 - \frac{a}{4}x^4$ mit $a \in R^*$.

a) Berechnen Sie Koordinaten der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen!
b) Untersuchen Sie das Monotonieverhalten in Abhängigkeit von a! Geben Sie auch die lokalen Extrempunkte an!
c) Zeigen Sie: Die Wendepunkte sind die Punkte $W_a(\frac{2}{a}; \frac{4}{a^3})$ und der Koordinatenursprung!
d) Die Tangente an den Graph der Funktion f_1 im Punkt $R(-1; -\frac{5}{4})$ und die Koordinatenachsen begrenzen ein Dreieck. Geben Sie die Dreiecksfläche und alle drei Innenwinkel dieses Dreiecks an!

Zusatz: Die Funktionen f_1 und $i(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{20}x^5$ werden im Intervall $0 \leq x \leq 2{,}5$ durch zur Ordinatenachse parallele Geraden in den Punkten P_1(p; ?= und P_2(p; ?) geschnitten. Für welche Abszisse wird die Länge $\overline{P_1P_2}$ maximal und wie lang ist diese maximale Streckenlänge?

Wahl 2) Gegeben ist die Funktion $k(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$. Es existieren zwei Tangenten an den Graph der Funktion k, die Ursprungsgeraden sind. Ermitteln Sie die Gleichungen dieser beiden Tangenten und weisen Sie nach, dass es sich bei den von Ihnen gefundenen Geraden wirklich um Tangenten handelt:

1. 10 *BE* 2. *5 BE* 3. 5 *BE* W1/2: 10 BE Zusatz: + *2 BE*

Viel Erfolg!